

BOOK OF ABSTRACTS

III Workshop on Stochastic Orders & their Applications

Cádiz, Spain • 9–10 July 2026



*Organised by the Working Group on Stochastic Orders and their Applications (OEA),
and supported by the Spanish Society for Statistics, Operations Research and Data Science (SEIO),
and the University of Cádiz (UCA).*

BOOK OF ABSTRACTS

III Workshop on Stochastic Orders and their Applications

III WOEa

Cádiz, Spain
9–10 July 2026



GRUPO DE TRABAJO
**ORDENACIONES ESTOCÁSTICAS
Y SUS APLICACIONES**

Seio
Sociedad de
Estadística,
Investigación
Operativa y
Ciencia de Datos



© 2026 – III WOEa Organising Committee:

Prof. Antonio Arriaza (**University of Cádiz**)
Prof. Alfonso José Bello (**University of Cádiz**)
Prof. Julio Mulero (**University of Alicante**)
Prof. Gema Pigueras (**University of Cádiz**)
Prof. Marta Sánchez (**University of Cádiz**)
Prof. Nuria Torrado (**Autonomous University of Madrid**)

Edited in Cádiz, Spain.

July 2026

Welcome

Dear colleagues and friends,

It is our great pleasure to welcome you to the **III Workshop on Stochastic Orders and their Applications (III WOEa)**, held in the beautiful city of Cádiz on 9–10 July 2026.

This workshop continues the tradition established by the Working Group on Stochastic Orders and their Applications (**OEa**), which operates under the auspices of the Spanish Society for Statistics, Operations Research and Data Science (**SEIO**), and is hosted by the University of Cádiz (**UCA**).

The programme features thirteen invited talks covering a broad range of topics in stochastic ordering theory and its applications to reliability, risk analysis, actuarial science, Bayesian inference, machine learning, and beyond.

We hope you will enjoy the scientific programme as well as the warm atmosphere of Cádiz.

The Organising Committee
III WOEa – Cádiz 2026

Contents

Some Ideas on Systems with a Protection Block <i>Antonio Arriaza</i> <i>University of Cádiz</i>	9
Aproximando sistemas coherentes mediante sistemas mixtos con componentes IID <i>Alfonso J. Bello</i> <i>Universidad de Cádiz</i>	10
Comparación de Datos Funcionales: Un Viaje a las Profundidades <i>Félix Belzunce, Carolina Martínez-Riquelme, José M. Zapata</i> <i>Universidad de Murcia</i>	11
Caracterizaciones mediante relaciones de escala entre sistemas coherentes <i>Pedro Fernández</i> <i>Universidad de Murcia</i>	12
Quantifying Individual Contributions to Systemic Risk <i>Daniela Isis Flores-Silva</i> <i>University of Cádiz</i>	13
Sobre distribuciones multivariantes asimétricas, el vector de asimetría y ordenaciones estocásticas <i>Jorge Martín-Arevalillo</i> <i>Universidad Nacional de Educación a Distancia</i>	14
¿Qué es la homoplutia? <i>Jorge Navarro</i> <i>Universidad de Murcia</i>	15
Bivariate Expected Shortfall Using Quantile Curves <i>Ana Olvera</i> <i>Universidad Tecnológica de la Mixteca</i>	16
Análisis de Robustez Bayesiana aplicada a la modelización de eventos extremos: ¿Podemos estar tranquilos con los vientos de Tarifa? <i>Marta Sánchez-Sánchez</i> <i>Universidad de Cádiz</i>	17
A Tail-Sensitive Generalisation of Spearman's Coefficient for Upper-Tail Association Analysis <i>Miguel Ángel Sordo</i> <i>University of Cádiz</i>	18
An Easily Verifiable Dispersion Order for Discrete Distributions <i>Alfonso Suárez-Llorens</i> <i>University of Cádiz</i>	19

Nuevos índices para la interpretabilidad de SVM con núcleos truncados de polinomios ortogonales	
<i>Nuria Torrado</i>	
<i>Universidad Autónoma de Madrid</i>	20
Grandes desviaciones para máximos y sumas con colas pesadas	
<i>José Miguel Zapata</i>	
<i>Universidad de Murcia</i>	21
List of Contributors	23

Some Ideas on Systems with a Protection Block

Antonio Arriaza

University of Cádiz

The recently published research paper by Fang et al. (2025) presents a method to evaluate the reliability of a consecutive k -out-of- n :G system with protection blocks. This type of system works correctly as long as at least k consecutive components are operational (out of a total of n). To improve the safety and reliability of the system, protection blocks are introduced to decrease the failure rate of these k consecutive components. However, the model also assumes that these protective blocks are susceptible to failure with a constant failure rate. The paper establishes strategies to compute the reliability function of the protected system over time.

On the other hand, Eryilmaz studied, under the same conditions proposed by Fang et al. (2025), whether the protection mechanism or component redundancy is preferable in terms of mean time to failure and associated costs. Furthermore, Eryilmaz analysed the properties of the hazard rate function of a system protected by a block. Among other issues, a comparison with the redundancy method was conducted in terms of the hazard rate. It is shown that the lifetime of the system supported by the protection block is larger than the lifetime of the system equipped with a redundant system, asymptotically in terms of the hazard rate order.

In the present paper, the original model by Fang et al. (2025) will be presented, and some hypotheses will be proposed regarding the failure rates of the original system (without protection), the protection block, and the protected system. Based on these reasonable assumptions, we will demonstrate that the reliability function of the system with a protection block can be expressed as a distortion of the reliability function of the original (unprotected) system. This result will allow us to perform comparisons in terms of different stochastic orders in a simpler manner. Finally, some illustrative examples will be provided.

Keywords: Coherent systems, distortion functions, protection block.

References

Fang, S., Yu, R., Wu, D., & Peng, R. (2025). Reliability of a consecutive k -out-of- n :G system with protection blocks. *International Journal of General Systems*, 54(4), 421–439.

Eryilmaz, S. (2026). Protection or redundancy: Which is better and when in terms of mean time to failure and cost? *Reliability Engineering & System Safety*, 265, Part B.

Eryilmaz, S. (2026). A note on hazard rates of systems protected by a block. *Metrika*.

Aproximando sistemas coherentes mediante sistemas mixtos con componentes IID

Alfonso J. Bello

Universidad de Cádiz

La evaluación del comportamiento y la fiabilidad de sistemas complejos compuestos por componentes interconectados constituye un pilar fundamental en la Teoría de la Fiabilidad. La signatura de un sistema, introducida originalmente por Samaniego (1985), se ha consolidado como una herramienta matemática clave para este propósito. Sin embargo, la representación clásica de Samaniego requiere la hipótesis de que los tiempos de vida de los componentes sean independientes e idénticamente distribuidos (IID) o, bien, un tipo específico de estructura de dependencia. Por tanto, dicha representación deja de ser válida con estructuras de dependencia más generales, o ante políticas complejas de redundancia, limitando su aplicación directa en sistemas de ingeniería reales.

Nuestro enfoque metodológico se basa en aproximar la función de fiabilidad de cualquier sistema coherente mediante el uso de sistemas mixtos con componentes IID. Utilizando funciones de distorsión, hemos demostrado teóricamente que la distorsión asociada a cualquier sistema coherente puede ser aproximada de forma uniforme mediante una sucesión de polinomios de Bernstein, los cuales se corresponden de manera unívoca con la distorsión de sistemas mixtos formados por componentes IID.

Para resolver el problema práctico de determinar la mejor aproximación para un número fijo de componentes, proponemos tres alternativas metodológicas: en primer lugar, la construcción directa mediante polinomios de Bernstein; en segundo lugar, un algoritmo basado en mínimos cuadrados que incorpora perturbaciones estocásticas para corregir coeficientes negativos; y, por último, un novedoso algoritmo que utiliza proyecciones geométricas sobre el hiperplano de soluciones para garantizar de forma rigurosa la validez de los coeficientes.

Palabras clave: Sistemas coherentes, funciones de distorsión, polinomios de Bernstein.

Comparación de Datos Funcionales: Un Viaje a las Profundidades

Félix Belzunce, Carolina Martínez-Riquelme, José M. Zapata
Universidad de Murcia

El análisis de datos funcionales estudia situaciones en las que cada observación es una curva o trayectoria. En esta charla revisaremos distintos enfoques para comparar distribuciones funcionales, comenzando por las extensiones clásicas de las ordenaciones estocásticas al contexto de procesos estocásticos. A continuación, realizaremos un recorrido por la teoría de la profundidad estadística, desde las ideas de Tukey y Regina Liu hasta las nociones de profundidad para datos funcionales propuestas por López-Pintado y Romo. Veremos cómo estas herramientas permiten construir cuantiles y boxplots funcionales y cómo pueden utilizarse para definir nuevos criterios de comparación entre poblaciones de curvas, proporcionando una alternativa geométrica e interpretable a los enfoques clásicos.

This work has been funded by Agencia Estatal de Investigación (AEI) del Ministerio de Ciencia e Innovación and cofunded by Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER), project Comparaciones Estocásticas Bajo Estructuras de Dependencia con Aplicaciones a Fiabilidad y Finanzas. Teoría e Inferencia (PID2022-137396NB-I00).

Caracterizaciones mediante relaciones de escala entre sistemas coherentes

Pedro Fernández

Universidad de Murcia

Presentaremos resultados de un artículo conjunto con Jorge Navarro y José María Almira. En él estudiamos distintas caracterizaciones de modelos de probabilidad basadas en relaciones de escala entre sistemas coherentes con componentes dependientes e idénticamente distribuidas. El resultado principal identifica las distribuciones para las cuales existe una relación general de escala entre el sistema en serie y los tiempos de vida de sus componentes. Este proceso conduce a ecuaciones funcionales para la función de fiabilidad. Un resultado análogo se obtiene para sistemas en paralelo. En ambos casos, proporcionamos una solución general que determina la función de sección diagonal de la cópula subyacente, la cual describe la estructura de dependencia entre los tiempos de vida de las componentes. Esta solución puede extenderse a sistemas coherentes generales mediante el uso del concepto de función de distorsión. Los resultados teóricos se ilustran con varios ejemplos.

Quantifying Individual Contributions to Systemic Risk

Daniela Isis Flores-Silva
University of Cádiz

This talk introduces a novel framework for attributing systemic risk to individual portfolio components. Drawing upon concepts such as Value-at-Risk (VaR), Expected Shortfall (ES), Conditional Value-at-Risk (CoVaR), and Conditionally Increasing (CI) random vectors, we introduce a systemic risk measure and a corresponding systemic risk contribution index, a normalised measure that quantifies each asset's specific contribution to total system-wide risk.

Sobre distribuciones multivariantes asimétricas, el vector de asimetría y ordenaciones estocásticas

Jorge Martín-Arevalillo

Universidad Nacional de Educación a Distancia

En este trabajo se presenta una amplia familia de distribuciones multivariantes denominada la familia de mixturas en escala de skew-normal: la familia SMSN por su denominación en inglés (*scale mixtures of skew-normal*). Se estudia el papel que juega el vector de forma del modelo en conexión con el problema de la reducción de la dimensión mediante un enfoque *projection pursuit* basado en un indicador de asimetría como la *skewness*. Los resultados obtenidos apuntan a una nueva manera de entender la “forma” de la distribución. ¿Y si esa forma se puede relacionar con el orden transformado convexo de Van Zwet? Reflexionaremos acerca de esta pregunta haciendo un énfasis especial en la skew-normal multivariante y mostraremos conexiones entre la representación canónica del modelo, la *projection pursuit* basada en modelos, la forma de la distribución y una ordenación estocástica basada en el transformado convexo.

¿Qué es la homoplutia?

Jorge Navarro
Universidad de Murcia

La palabra homoplutia es un neologismo que se forma con los términos griegos ‘homo’, que significa igual, y ‘plutia’, riqueza. Fue introducido por Milanovic (2019) aplicándolo para medir el crecimiento de nuevos capitalistas cuya riqueza no solo proviene de las rentas que proporcionan las posesiones y derecho (casi siempre heredados), como ocurría en el capitalismo clásico, y que también destacan por tener ingresos altos debidos a salarios o trabajos relevantes (estrellas del deporte o del cine, administradores de empresas relevantes, etc.). La charla se basa en el artículo Capaldo y Navarro (2026) en donde se definen la curva de homoplutia que describe el porcentaje de personas ricas por encima de un cuantil dado en términos de ingresos de capital y también en términos de ingresos por salarios. El índice de homoplutia propuesto resume cómo se comporta esa curva a lo largo de todos los cuantiles. Ambos, no dependen de las distribuciones marginales, es decir, solo dependen de la cópula y por eso se puede considerar como medidas de asociación (dependencia). Otras propiedades y técnicas inferenciales son estudiados también. Además, se proponen extensiones para modelos multivariantes y para índices de homopotequia (igualdad en pobreza). Se incluyen algunos ejemplos ilustrativos de su posible aplicación a otras ciencias.

Referencias

- Milanovic, B. (2019). *Capitalism, Alone: The Future of the System that Rules the World*. Harvard University Press.
- Capaldo, M., Navarro, J. (2026). Homoploutia curves and indices. Submitted.

Bivariate Expected Shortfall Using Quantile Curves

Ana Olvera

Universidad Tecnológica de la Mixteca

Value-at-Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES) are among the most widely used risk measures in finance and related fields. While their theoretical properties and applications have been extensively studied in the univariate setting, extending these concepts to multivariate frameworks remains a challenging task due to the presence of complex dependence structures. In this presentation, we explore the use of quantile curves and copula-based methods for the construction and computation of VaR and ES associated with bivariate random vectors. Special emphasis is placed on elliptical distributions, for which explicit characterisations can be obtained. An application to air pollution data from Mexico City is presented to illustrate the practical implementation of the proposed methodology and its usefulness in assessing joint environmental risks. The findings provide further insight into multivariate risk measurement and the role of dependence modelling in the analysis of extreme events.

Análisis de Robustez Bayesiana aplicada a la modelización de eventos extremos: ¿Podemos estar tranquilos con los vientos de Tarifa?

Marta Sánchez-Sánchez
Universidad de Cádiz

En este trabajo, abordaremos el modelado de sucesos extremos desde una perspectiva Bayesiana. Concretamente, nos enfocaremos en tratar la principal crítica que enfrenta la inferencia Bayesiana: la arbitrariedad en la elección de la distribución a priori. Para ello, se ha propuesto en estudios previos una clase de distribución a priori basada en órdenes estocásticos y funciones ponderadas, que se ha denominado *weighted band* o banda ponderada. Este enfoque permite trabajar con una “vecindad” de distribuciones a priori en lugar de una sola, evaluando cómo se ve afectado el resultado final. Para modelar los sucesos extremos proponemos el uso de la Distribución Generalizada de Pareto (GPD), bajo una reparametrización basada en un parámetro de forma (a) y en la existencia de una cota superior (M). Dado que la verosimilitud del modelo cumple la propiedad MTP_2 , la estructura de la clase a priori se preserva tras la actualización bayesiana, permitiendo controlar los extremos de la banda ponderada a posteriori. Esta metodología se ilustra con una aplicación centrada en el análisis de las rachas de viento extremas en Tarifa, un enclave geográfico con una dinámica eólica excepcional. Al aplicar este enfoque a los registros históricos de viento en Tarifa, los resultados muestran una notable estabilidad sobre la velocidad máxima esperada, incluso bajo distintos escenarios. Esto confirma la robustez del modelo y proporciona estimaciones fiables para la toma de decisiones ante fenómenos climáticos excepcionales.

Palabras clave: Robustez Bayesiana, Eventos extremos, Distribución Generalizada de Pareto

A Tail-Sensitive Generalisation of Spearman's Coefficient for Upper-Tail Association Analysis

Miguel Ángel Sordo
University of Cádiz

Quantifying association during extreme events is of paramount importance in fields such as finance, insurance, and environmental sciences. Classical correlation measures often fail to capture co-movements in the tails of distributions. Tail association measures—particularly those derived from copula theory—provide a natural framework for modelling such behaviour. In this paper, we introduce two classes of copula-based measures designed to assess association at sub-asymptotic levels. The first class includes, as special cases, Spearman's coefficient, while the second arises as a limiting case of the first. Our approach generalises Spearman's coefficient to focus explicitly on tail behaviour, offering a flexible and interpretable tool for evaluating co-movements in extreme, yet non-asymptotic, regions of the distribution. For both classes, we establish theoretical properties—including their limiting behaviour under asymptotic association—propose rank-based estimators, derive their asymptotic distributions, and demonstrate their performance through simulation studies and an empirical application.

An Easily Verifiable Dispersion Order for Discrete Distributions

Alfonso Suárez-Llorens
University of Cádiz

Dispersion is a fundamental concept in statistics, but classical measures—particularly stochastic orders—face important limitations in the discrete setting. We propose a new weak dispersive order for discrete distributions that relaxes restrictive support conditions while preserving key properties. In addition, we introduce variability measures based on probability concentration that satisfy classical axioms and are easy to interpret. Empirical examples illustrate the usefulness of the proposed approach.

Nuevos índices para la interpretabilidad de SVM con núcleos truncados de polinomios ortogonales

Nuria Torrado

Universidad Autónoma de Madrid

Las máquinas de vectores soporte (SVM por sus siglas en inglés) suelen evaluarse por su capacidad de clasificación, pero su estructura interna permanece en gran medida oculta una vez entrenadas. Esta charla presenta una descomposición exacta del clasificador SVM cuando se construye con núcleos truncados de polinomios ortogonales, donde la parte regularizada del separador admite una expansión en una base ortonormal explícita, lo que permite describir su organización interna. Sobre esta base introducimos una nueva metodología ORCA (*Orthogonal Representation Contribution Analysis*) y una familia de índices OKC, que cuantifican cómo se distribuye la norma RKHS del clasificador entre efectos marginales, interacciones y distintos grados polinomiales. Además de los resultados teóricos, se muestran experimentos preliminares que ilustran el valor diagnóstico de estos índices para analizar la estructura interna de un clasificador SVM ya entrenado. Este es un trabajo conjunto con E. J. Huertas y V. Soto.

Grandes desviaciones para máximos y sumas con colas pesadas

José Miguel Zapata
Universidad de Murcia

El teorema de Cramér de grandes desviaciones describe la velocidad exponencial a la que decrecen las colas de las sumas de reclamaciones i.i.d. a medida que aumenta el número de contratos en una cartera de seguros. Sin embargo, este resultado deja de ser aplicable cuando las distribuciones presentan colas pesadas, donde el decaimiento deja de ser exponencial. En esta charla presentamos principios de grandes desviaciones para reclamaciones i.i.d. con colas pesadas. Primero estudiamos el máximo de las reclamaciones y obtenemos tasas precisas de decaimiento para umbrales que crecen más rápido que la escala natural de valores extremos. Después mostramos que la suma agregada presenta el mismo comportamiento logarítmico que el máximo. Estos resultados proporcionan un análogo del teorema de Cramér para colas pesadas.

List of Contributors

- Arriaza, Antonio
- Bello, Alfonso J.
- Belzunce, Félix (*with C. Martínez-Riquelme, J. M. Zapata*)
- Fernández, Pedro
- Flores-Silva, Daniela I.
- Martín-Arevalillo, Jorge
- Navarro, Jorge
- Olvera, Ana
- Sánchez, Marta
- Sordo, Miguel Ángel
- Suárez-Llorens, Alfonso
- Torrado, Nuria (*with E. J. Huertas, V. Soto*)
- Zapata, José Miguel

III Workshop on Stochastic Orders and their Applications

Cádiz, Spain • 9–10 July 2026

